

МЕТОД МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ ПРОЕКТНЫХ ЗАДАЧ ПРИ СОЗДАНИИ ГОРНЫХ МАШИН

Цель. Существующие методы многокритериальной оптимизации затруднительно использовать в задачах при разнонаправленной оптимизации с неявно заданными целевыми функциями или аргументами, заданными в качественной форме. Целью данной статьи является разработка метода многокритериальной оптимизации с расширенной областью применения для использования в практической инженерной деятельности.

Методы. Метод предполагает на первом этапе построение таблиц значений целевых функций на основе аргументов с учетом общей области допустимых значений аргументов и с учетом ограничений. Каждая такая таблица содержит столбцы значений аргументов и столбец значений функции. Далее проводится сортировка таблиц по значениям целевых функций в соответствии с типом экстремума каждой из них (в порядке убывания при поиске максимума или в порядке возрастания при поиске минимума).

Из таблиц значений в пределах интервала поиска определяются совпадающие наборы аргументов. Если найдены совпадающие наборы аргументов во всех таблицах, то процесс оптимизации прекращается. Если совпадающих наборов аргументов в текущем интервале поиска не найдено, то его размер увеличивается на единицу и поиск начинается с начала.

Научная новизна. Предложен метод многокритериальной разнонаправленной условной оптимизации для неявно заданных унимодальных и не унимодальных целевых функций не учитывающий информацию о предпочтениях, проводящий поиск компромиссного решения в центральной части фронта Паретто, определяющий единственное оптимальное решение, наилучшим образом удовлетворяющее всем критериям.

Практическая значимость. Возможность решения проектных разнонаправленных многокритериальных задач оптимизации без явно заданных целевых функций. При этом проектные критерии могут определяться на основе методик расчета и не иметь конкретной функции.

Результаты. Представлен метод условной многокритериальной оптимизации для неявно заданных целевых функций, отличающийся высокой универсальностью. Однако существенным недостатком представленного метода является высокая ресурсоёмкость. Направлением дальнейших исследований является устранение данного недостатка.

Ключевые слова: методы оптимизации, многокритериальная оптимизация, неявно заданные функции, фронт Паретто, поиск компромиссного решения, критерии оптимизации.

doi: 10.31721/2306-5435-2017-1-102-26-31

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. В практической инженерной деятельности, как при проектировании, так и при выборе режимов эксплуатации, часто встречаются задачи, заключающиеся в поиске лучшего (оптимального) решения при наличии различных несводимых друг к другу критериев оптимальности. Например, при поиске оптимальной конструкции детали, конструктор пытается максимизировать запас прочности и минимизировать массу. Очевидно, этого невозможно достичь одновременно, поскольку, чем больше запас прочности, тем массивнее должна быть деталь и тем больше ее масса. Задачи такого типа очень часто встречаются при проектировании, когда в результате расчетов есть несколько вариантов машины, отличающиеся параметрами и необходимо найти лучший вариант. Причем по одним критериям нужно искать максимум, а по другим - минимум.

Характерной особенностью проектных задач является то, что нет явно заданных целевых функций, а есть только методика расчета каких-то критериев, которые необходимо максимизировать или минимизировать. Свести такие критерии к одной функции достаточно затруднительно. Из-за этого изначально неизвестно, что представляет собой такая целевая функция – линейна она или не линейна, унимодальна или не унимодальна. А аргументы могут быть выражены количественно (численно) или качественно. Например, при выборе наилучшей машины по нескольким критериям, марка машины выступает в качестве аргумента, имеющего качественный характер, а различные критерии - в качестве целевых функций.

Анализ исследований и публикаций. Существует большое разнообразие классов задач оптимизации и, соответственно, методов их решения [1-15].

Одними из простейших методов многокритериальной оптимизации являются методы, проводящие поиск компромиссного решения в центральной части фронта Паретто и не учитывающие информацию о предпочтениях. Примерами таких методов являются метод сум-

мирования, метод глобального критерия, метод нейтрального компромисного решения [5,7,10,11,15].

Однако указанные методы затруднительно использовать в задачах с неявно заданными целевыми функциями или аргументами, заданными в качественной форме, особенно если необходима разнонаправленная оптимизация (когда некоторые критерии должны быть минимизированы, а другие - максимизированы).

Постановка задачи. Разработка метода многокритериальной разнонаправленной условной оптимизации для неявно заданных унимодальных или не унимодальных целевых функций, проводящий поиск компромиссного решения в центральной части фронта Паретто, не учитывающего информацию о предпочтениях, с помощью которого можно найти единственное оптимальное решение, наилучшим образом удовлетворяющее всем критериям.

Изложение материала и результатов. В качестве исходных данных выступает набор проектных параметров, значения которых необходимо найти для получения экстремума всех критериев в процессе решения инженерной задачи оптимизации.

Метод предназначен для поиска середины области компромиссного решения неявно заданных целевых функций в виде таблиц значений.

Характерной особенностью метода является его расширенная область применения. Так, задача оптимизации может быть разнонаправленной - часть целевых функций необходимо максимизировать, а часть - минимизировать. Сами целевые функции могут быть унимодальными (иметь один экстремум в области допустимых решений) или не унимодальными (иметь несколько экстремумов), линейными или нелинейными. Аргументы могут быть выражены количественно (численно) или качественно.

Например, при выборе наилучшей машины по нескольким критериям, марка машины выступает в качестве аргумента, имеющего качественный характер, а различные критерии - в качестве целевых функций.

Несмотря на то, что основным назначением метода является работа с неявно заданными функциями, он может с успехом применяться и для решения задач оптимизации с явно заданными функциями.

Достоинствами метода являются расширенная область применения и гарантированное отыскание единственного оптимального решения, наилучшим образом удовлетворяющего всем критериям.

Основным недостатком такого метода (как и всех методов на основе перебора) является большие потребляемые вычислительные ресурсы и время оптимизации.

Алгоритм метода

1. Постановка задачи оптимизации. Определение аргументов (проектных параметров) x_1, x_2, \dots, x_n , целевых функций f_1, f_2, \dots, f_n , типа экстремума каждой из них (max/min) и ограничений;
2. Определение области допустимых значений аргументов для каждой из целевых функции на основе ограничений. Определение общей области допустимых значений аргументов.
3. Построение таблиц значений целевых функций на основе аргументов с учетом общей области допустимых значений аргументов с учетом ограничений (рис. 1). Каждая такая таблица содержит несколько столбцов значений, соответствующих аргументам и столбец значений функции.

x_1	x_2	x_n	$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$	x_1	x_2	x_n	$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$...	x_1	x_2	x_n	$f_m(x_1, x_2, \dots, x_n)$
-------	-------	-------	-----------------------------	-------	-------	-------	-----------------------------	-----	-------	-------	-------	-----------------------------

Рис. 1. Таблицы значений целевых функций

4. Сортировка таблиц значений целевых функций в соответствии с типом экстремума каждой из них (в порядке убывания при поиске максимума или в порядке возрастания при поиске минимума) (рис. 2).

\max	x_1	x_2	x_n	$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$	\max	x_1	x_2	x_n	$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$	\max	x_1	x_2	x_n	$f_m(x_1, x_2, \dots, x_n)$
	1.13	809	70	0.0934		5.29	878	36	123		7.57	310	63	23.943
	5.86	577	82	0.082		6.08	691	57	112		6.71	281	14	23.932
	6.91	575	15	0.0804		6.51	562	59	110		4.33	686	30	23.912
	5.29	878	36	0.0793		7.77	323	41	109		3.07	251	41	23.832
	1.38	275	68	0.0703		2.88	396	18	103		5.29	878	36	23.81
	1.24	812	52	0.0634		2.35	715	28	98		1.14	895	32	23.801
	7.83	513	13	0.0611		0.13	854	12	96		4.37	384	54	23.793
	0.56	875	44	0.0592		3.33	231	45	92		0.12	417	75	23.754
	4.76	782	88	0.0544		5.5	895	59	90		8.91	747	73	23.712
	2	619	71	0.0434		4.98	462	64	89		5.41	787	38	23.523
	4.69	594	72	0.0334		7.74	435	24	85		8.28	895	38	23.511
	1.34	423	26	0.0279		1.47	485	84	83		5.41	658	53	23.493
	6.16	897	88	0.0246		0.83	571	15	73		7.96	320	15	23.432
\min	1.32	415	32	0.0201	\min	5.18	627	85	67	\min	8.32	331	10	23.422

Рис. 2. Сортировка таблиц

5. Задается интервал поиска Δ . В начальный момент она равен 1. После каждого цикла его значение увеличивается на 1 до количества строк в таблице;

6. Интервал поиска всегда начинается сверху таблицы. Из таблиц значений в пределах интервала поиска Δ определяются совпадающие наборы аргументов (рис. 3). Если найдены совпадающие наборы аргументов во всех таблицах, то процесс оптимизации прекращается.

x_1	x_2	x_n	$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$
1,13	809	70	0,0934
5,86	577	82	0,082
6,91	575	15	0,0804
5,29	878	36	0,0793
1,38	275	68	0,0703
1,24	812	52	0,0634
7,83	513	13	0,0611
0,56	875	44	0,0592
4,76	782	88	0,0544
2	619	71	0,0434
4,69	594	72	0,0334
1,34	423	26	0,0279
6,16	897	88	0,0246
1,32	415	32	0,0201

x_1	x_2	x_n	$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$
5,29	878	36	123
6,08	691	57	112
6,51	562	59	110
7,77	323	41	109
2,88	396	18	103
2,35	715	28	98
0,13	854	12	96
3,33	231	45	92
5,5	895	59	90
4,98	462	64	89
7,74	435	24	85
1,47	485	84	83
0,83	571	15	73
5,18	627	85	67

x_1	x_2	x_n	$f_m(x_1, x_2, \dots, x_n)$
7,57	310	63	23,943
6,71	281	14	23,932
4,33	686	30	23,912
3,07	251	41	23,832
5,29	878	36	23,81
1,14	895	32	23,801
4,37	384	54	23,793
0,12	417	75	23,754
8,91	747	73	23,712
5,41	787	38	23,523
8,28	895	38	23,511
5,41	658	53	23,493
7,96	320	15	23,432
8,32	331	10	23,422

Рис. 3. Поиск оптимума

7. Если совпадающих наборов аргументов в текущем интервале поиска Δ не найдено, то интервал поиска Δ увеличивается на 1 и выполняется переход к п. 6.

8. Если найдено несколько совпадающих наборов аргументов (рис. 4), то предпочтение следует тот, у которого больше аргументов в верхней части таблицы (рис.4, поз. 1).

x_1	x_2	x_n	$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$
1,13	809	70	0,0934
5,86	577	82	0,082
6,91	575	15	0,0804
5,29	878	36	0,0793
1,38	275	68	0,0703
1,24	812	52	0,0634
7,83	513	13	0,0611
0,56	875	44	0,0592
4,76	782	88	0,0544
2	619	71	0,0434
4,69	594	72	0,0334
1,34	423	26	0,0279
6,16	897	88	0,0246
1,32	415	32	0,0201

x_1	x_2	x_n	$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$
5,29	878	36	123
6,08	691	57	112
6,51	562	59	110
7,77	323	41	109
2,88	396	18	103
2,35	715	28	98
0,13	854	12	96
3,33	231	45	92
5,5	895	59	90
4,98	462	64	89
7,74	435	24	85
1,47	485	84	83
0,83	571	15	73
5,18	627	85	67

x_1	x_2	x_n	$f_m(x_1, x_2, \dots, x_n)$
7,57	310	63	23,943
6,71	281	14	23,932
4,33	686	30	23,912
3,07	251	41	23,832
5,29	878	36	23,81
1,14	895	32	23,801
4,37	384	54	23,793
0,12	417	75	23,754
8,91	747	73	23,712
5,41	787	38	23,523
8,28	895	38	23,511
5,41	658	53	23,493
7,96	320	15	23,432
8,32	331	10	23,422

Рис. 4. Наборы оптимальных значений: 1 - предпочтительное решение задачи; 2 - менее оптимальное решение

Рассмотрим работу предложенного метода на нескольких характерных примерах.

Пример 1. Рассмотрим многокритериальную задачу оптимизации двух явно заданных одномерных унимодальных целевых функций.

$$\begin{cases} f_1(x) = 20 + (2 - 0,5 \cdot x)^2 \rightarrow \min; \\ f_2(x) = 10 - (4 - 0,5 \cdot x)^2 \rightarrow \max. \end{cases}$$

Ограничения

$$0 \leq x \leq 10$$

Из графика (рис 5а) видно, что задача не имеет идеального решения - минимум функции f_1 не совпадает с максимумом функции f_2 .

Экстремумы функций находятся в следующих точках

$$\begin{cases} x_{f_1 \min} = 4; \\ x_{f_2 \max} = 8. \end{cases}$$

Определим множество оптимальных решений Паретто. Для этого построим график зависимости одной функции от другой (рис 5б). На графике обозначим точки экстремума для одной и другой целевых функций. Часть графика между этими точками (1) и будет множеством оптимальных решений Паретто в которой необходимо искать компромисное решение, т.е. одного

конкретного решения задача не имеет. Применим предложенный метод оптимизации для того чтобы определить компромиссное значение x_k , которое удовлетворяет условиям поставленной задачи.

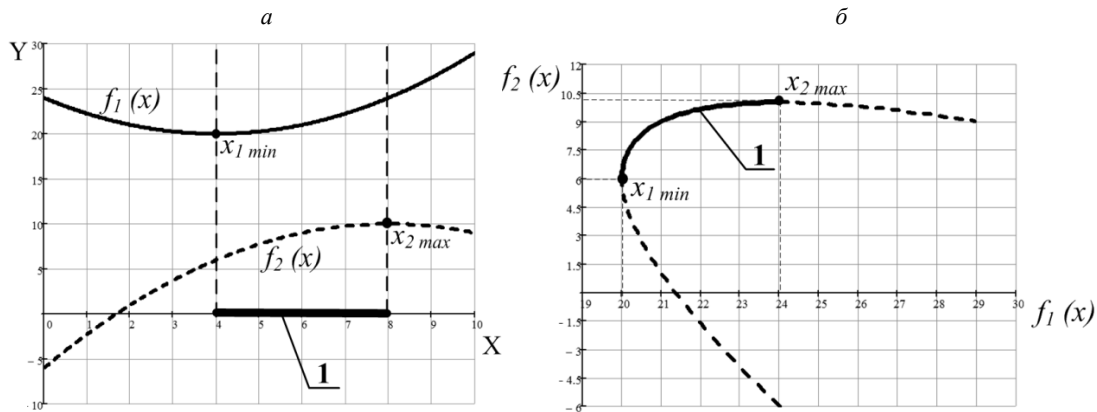


Рис. 5. Многокритериальная задача оптимизации: а - графическое представление задачи; б - множество Парето; 1 - множество оптимальных решений

Согласно поставленной задаче оптимизации имеются два разнонаправленных критерия и один аргумент, который имеет следующую область определения $0 \leq x \leq 10$. Общая область допустимых значений аргумента совпадает с областью допустимых значений аргументов для каждой целевой функции. Каждая таблица значений целевых функций с учетом общей области допустимых значений аргументов и с учетом ограничений содержат по одному столбцу значений аргумента и одному столбцу значений функции. Значение шага дискретизации, которое определяет точность решения принято равным 0,01. Первая таблица сортируется по возрастанию, поскольку ищется минимум, вторая - по убыванию, поскольку ищется максимум. В результате получено значение $x=6$, $f_1=21$; $f_2=9$ при $\Delta=2$. Очевидно, что полученное решение совпадает с серединой области Парето (рис. 5б).

Пример 2. Рассмотрим известную многокритериальную задачу выбора оптимальной марки автомобиля по трем критериям (табл. 1) [3].

Таблица 1

Критерий (целевая функция)	Аргумент (x)			
	VW Golf	Opel Astra	Ford Focus	Toyota Corolla
Цена, 1000 Euro (f_1)	16,2	14,9	14,0	15,2
Расход топлива на 100 км, л (f_2)	7,2	7,0	7,5	8,2
Мощность, кВт (f_3)	66,0	62,0	55	71

В такой задаче нет явно заданных целевых функций. Аргумент (марки машин) является качественным. При этом необходимо выбрать автомобиль, который был бы достаточно мощным, с небольшим расходом топлива и стоил недорого.

Условие задачи оптимизации выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} f_1(\text{цена}) &\rightarrow \min; \\ f_2(\text{расход топлива на 100 км}) &\rightarrow \min; \\ f_3(\text{мощность}) &\rightarrow \max. \end{aligned}$$

Ограничения

$$x \in (\text{VW Golf}, \text{Opel Astra}, \text{Ford Focus}, \text{Toyota Corolla}).$$

Предварительно проанализируем эту задачу с помощью критерия Парето. На рис. 6 приведены точки, соответствующие маркам автомобилей. Из графика следует, что однозначного решения задачи нет. Автомобили марки Opel (рис. 6, поз. 2) и Ford (рис. 6, поз. 3) является Парето-оптимальным решением.

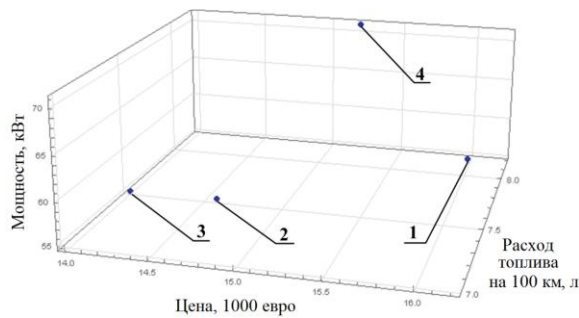


Рис. 6. Графическое представление параметров автомобилей: 1 – VW Golf; 2 – Opel Astra; 3 - Ford Focus; 4 - Toyota Corolla

Применим предложенный метод для решения этой задачи. Составим таблицы значений целевых функций, и отсортируем их (табл. 2). В результате работы предложенного метода многокритериальной оптимизации определен оптимальный автомобиль, которым оказался Opel Astra. Интервал поиска $\Delta=3$.

Интервал поиска $\Delta=3$.

Таблица 2

Результат работы метода

	f_1 (цена) $\rightarrow \min$	f_2 (расход топлива на 100 км) $\rightarrow \min$	f_3 (мощность) $\rightarrow \max$			
	Ford Focus	14,0	Opel Astra	7,0	Toyota Corolla	71
Δ	Opel Astra	14,9	VW Golf	7,2	VW Golf	66,0
	Toyota Corolla	15,2	Ford Focus	7,5	Opel Astra	62,0
	VW Golf	16,2	Toyota Corolla	8,2	Ford Focus	55

Приведенные примеры демонстрируют универсальность и простоту реализации разработанного метода многокритериальной оптимизации.

Выводы и направления дальнейших исследований. Таким образом, представлен метод условной многокритериальной оптимизации для неявно заданных целевых функций, отличающийся тем, что способен найти единственное оптимальное решение наилучшим образом удовлетворяющее всем критериям и учитывающий весовые коэффициенты этих критериев. Метод может быть использован для оптимизации унимодальных или не унимодальных целевых функций и отличается высокой универсальностью. Однако существенным недостатком представленного метода является высокая ресурсоемкость. Направлением дальнейших исследований является устранение данного недостатка.

Список литературы

1. **Блауг М.** Экономическая теория благосостояния Парето/ **М.Блауг** // Экономическая мысль в ретроспективе = Economic Theory in Retrospect. - М.: Дело, 1994. - С. 540-561;
2. **Кини Р.Л., Райфа Х.** Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / **Р.Л. Кини, Х. Райфа.**- М: Радио и связь, 1981. - 560 с.;
3. Лекция 15. Многокритериальная оптимизация Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук URL: <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/OR-MMF/lec15.pdf>;
4. **Микони С.В.** Системный анализ методов многокритериальной оптимизации на конечном множестве альтернатив / **С.В.Микони** // Труды СПИИРАН.- 2015.- Вып. 4(41).-С.180-199;
5. **Ногин В. Д.** Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход / **В.Д. Ногин.** - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.- 176 с.;
6. **Петросян Л. А.** Теория игр / **Л.А. Петросян , Н.А. Зенкевич, Е.В. Шевкопляс.**- СПб: БХВ-Петербург, 2012.- 432 с.;
7. **Подиновский В. В.** Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / **В.В. Подиновский, В.Д. Ногин.** - М.: Наука, 1982.-262 с.;
8. **Посицельская Л. Н.** Равновесие и Парето-оптимальность в шумной дуэли дискретного типа с ненулевой суммой / **Л. Н. Посицельская** // Фундамент. и прикл. матем., 2002.-т.8.-№4.-с.1111-1128;
9. **Посицельская Л. Н.** Равновесие и оптимальность по Парето в шумных дискретных дуэлях с произвольным количеством действий / **Л. Н. Посицельская** // Фундамент. и прикл. матем., 2007.-т.13.-№2.-с.147-155;
10. **Просанов, И.Ю.** Математические модели в теории управления и исследование операций: учебное пособие / **И.Ю. Просанов.** – Хабаровск: ДВГУПС, 2007. - 214с.;
11. **Расстригин Л.А.** Адаптивные методы многокритериальной оптимизации / **Л.А. Расстригин, Я.Ю. Эйдук** // Автоматика и телемеханика, 1985.- № 1.- С. 5-26;
12. **Sensor Y.** Pareto Optimality in Multiobjective Problemsю.- **Appl. Math. Optimiz.**, 1977.-Vol. 4.- pp 41-59,
13. **Ehrgott M. and Gandibleux X.** «Approximative Solution Methods for Multiobjective Combinatorial Optimization». TOP (Sociedad de Estadística e Investigación Operativa) 12 (1).Matthias Ehrgott. Multicriteria Optimization. — Springer, 2004;
14. **Matthias Ehrgott.** Multicriteria Optimization.- Springer, 2005.- 268 p.;
15. **Wierzbicki A.P.** Reference point approaches // Multicriteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory and Applications / **Gal T., Stewart T.J., Hanne T.** (Eds.). Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999. P. 9.1-9.39.

Рукопись поступила в редакцию 17.03.17

РОЗРОБКА СИСТЕМИ РОЗПІЗНАВАННЯ ГРАФІТОВИХ ВКЛЮЧЕНЬ ПРИ АНАЛІЗІ МІКРОСТРУКТУРИ ЧАВУНУ

Метою дослідження є розробка системи автоматизованого мікроструктурного аналізу для вирішення конкретних задач. Створення планується в форматі окремих модулів під конкретні задачі матеріалознавства, що дозволить молодим науковцям, які позбавлені фінансування, вирішувати задачі, пов'язані з їх професійним спрямуванням.

Елементом **наукової новизни** є питання розробки сучасної вітчизняної системи автоматизованого мікроструктурного аналізу на етапі аналізу графітових включень у чавуні. Викладено результати проведення мікроструктурного аналізу та обробки отриманих результатів, а також перелік використаного обладнання.

У роботі сформульовано актуальність проблеми, пов'язаної з необхідністю переходу від стандартних методів мікроструктурного аналізу до сучасних, які є більш точними і потребують мінімум втручання людини. Дослідження проводились на зразках циліндричної форми. Матеріал КЧ35-10. У процесі цифрової обробки отриманих зображень використано **метод** Вейвлет аналізу. Для аналізу графітових включень для визначення відношення Ферит-Перліт встановлюються порогові рівні градації сірого так, щоб на нетравленому зразку можна було виявити графіт. Графітна фракція використовується для розрізнення між графітом і перлітом, тому що їх схожість в відтінках сірого робить їх практично невідмінними один від одного. Після завершення аналізу, програма автоматично обчислює відсоток графітної фракції, яка зберігається в проміжний звіт.

Практична значимість полягає в тому, що розроблена програма в комбінації з можливостями сучасної цифрової техніки для мікроструктурного аналізу дозволяє визначити параметри графіту точно і багаторазово. Програмний пакет розроблені відповідно до міжнародного стандарту ISO 945-1:2008. Передбачена можливість автоматичного генерування звіту, заснованого на даних аналізу.

Результати дослідження показали, що розроблена система є універсальною і може взаємодіяти з будь-яким оптичним обладнанням (компактні цифрові металографічні мікроскопи, аналогові мікроскопи з цифровим окуляром, професійні цифрові металографічні мікроскопи), але яке, в свою чергу задовольняє вимоги, що висувуються при мікроструктурному аналізі.

Ключові слова: мікроструктурний аналіз, графіт, чавун, система розпізнавання, матеріалознавство.

doi: 10.31721/2306-5435-2017-1-102-31-35

Проблема і її зв'язок з практичними задачами. У лабораторії металографії, завдання аналізу ступеня сфероїзації графіту в чавуні, його розміру, форми і розподілу, а також відношення Ферит-Перліт, має край важливе значення з точки зору контролю якості [1-5]. Так як чавун використовується у виробництві широкого спектру прецизійних виробів, верстатобудівна промисловість є яскравим прикладом того, як контроль якості чавуну грає життєво важливу роль у виготовленні деталей, що вимагають підвищеної міцності і зносостійкості: бази і корпуси, станини верстатів, зубчасті колеса.

Крім того, графіт, що міститься в чавуні допомагає погасити вібрації і шум від двигуна. Високоміцний чавун вибирають за його унікальні механічні властивості, він в свою чергу, дозволяє знизити рівень шуму і вагу, при одночасному зниженні собівартості. Метою мікроструктурного аналізу чавуну є отримання наступних важливих характеристик:

- тип графіту (форма);
- розподіл графіту;
- розмір графіту;
- ступень сфероїзації графіту;
- процент включень графіту;
- відношення Ферит-Перліт.

Аналіз досліджень та публікацій. Для оцінки мікроструктури графіту в чавуні використовують міжнародний стандарт ISO 945-1:2008 [3,5,6]. Цей стандарт представлений трьома параметрами: тип (форма), розподіл і розмір графіту. Класифікація форм графітних включень, змінюється від I до VI. Тип VI вказує на кулясту форму (високоміцний чавун - графіт у вигляді куль), у той час як тип I відповідає ковкому чавуну (графіт у вигляді пластівців). Відсоток графіту, фериту і перліту відповідає величині, займаній кожною структурою в матеріалі. Визначення таких параметрів є класичним прикладом оцінки відсотка площі включень.

Історично склалося так, що більшість лабораторій контролю якості здійснюють аналіз чавуну за допомогою атласів методом порівняння [7,8,13,14]. При цьому оператор здійснює візу-